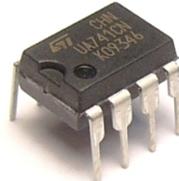




# L'amplificatore operazionale

(8')



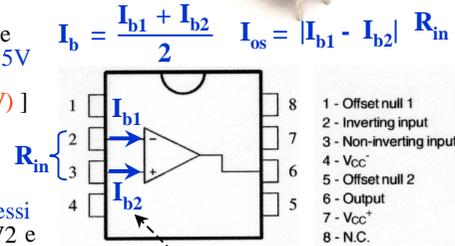
Un **amplificatore operazionale** (AO) è:

- un **integrato** (spesso usato per somme, moltiplicazioni, integrazioni,...)
- che contiene un **amplificatore a più stadi**
- che **generalmente** richiede una **alimentazione duale** (due tensioni uguali ed opposte), di regola con valori **tra 5 e 15V**

[ **Vu** può variare da  $+(V_{alim}^+ - 1 \div 2V)$  a  $-(V_{alim}^- + 1 \div 2V)$  ]

- L'amplificatore è in **continua** (= può amplificare anche la continua non essendoci nessun condensatore in serie)

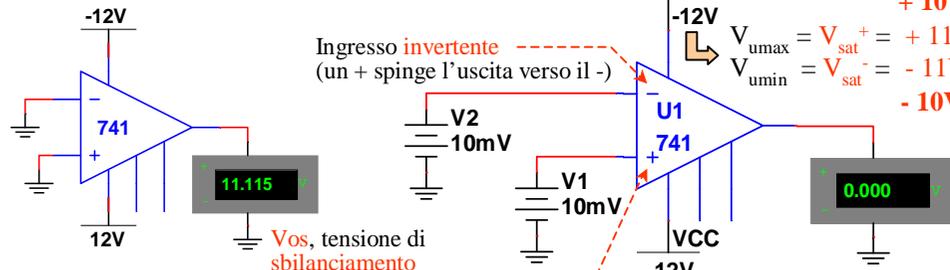
- ed è un **amplificatore differenziale** (ovvero ha due ingressi che permettono di inserire due tensioni di segnale V1 - V2 e una **tensione di uscita** **proporzionale alla differenza V1-V2**)



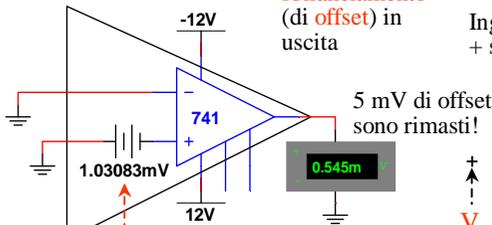
I di bias (polarizzazione) **+10V**

$$V_{umax} = V_{sat}^+ = +11V$$

$$V_{umin} = V_{sat}^- = -11V$$



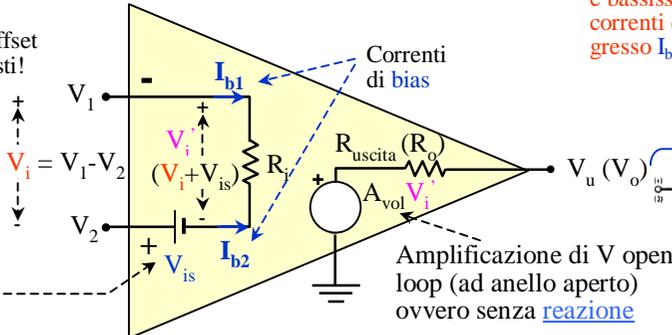
**Vos**, tensione di sbilanciamento (di offset) in uscita



Ingresso **non-invertente** (un + spinge l'uscita verso il +)

5 mV di offset sono rimasti!

**Vis**, offset in ingresso in grado di azzerare l'uscita (valore max entro cui sta il valore reale)

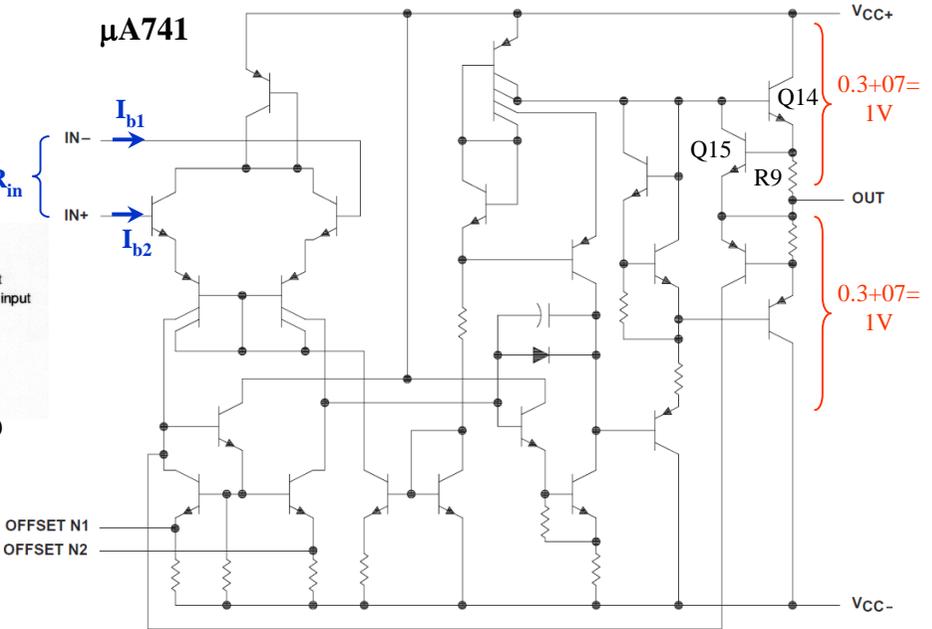


Amplificazione di V open loop (ad anello aperto) ovvero senza **reazione**

AO ideale	$R_i = \infty$	$R_o = 0$	$Avol = \infty$
$\mu A741$	$R_i = 2 M\Omega$	$R_o = 75 \Omega$	$Avol = 200\ 000$ $Avol_{min} = 20\ 000$
LF157	$R_i = 1000 G\Omega$	$R_o = 0.1 \div 10 \Omega$	$Avol = 200\ 000$

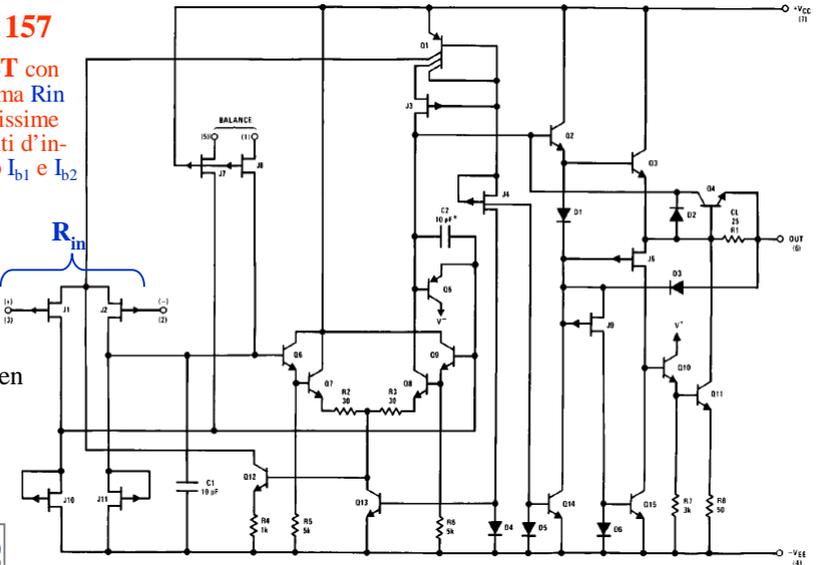
$I_{bmedia\ tip} = 80nA$      $V_{is\ tip} = 1\ mV$

## $\mu A741$



## LF 157

**BIFET** con altissima  $R_{in}$  e bassissime correnti d'ingresso  $I_{b1}$  e  $I_{b2}$



Gli AO a **CMOS** consentono basse alimentazioni e maggiore **dinamica** (escursione della tensione) **di uscita**

La grossa variabilità del guadagno non è un problema quando l'operazionale è usato come **comparatore**.

È invece inaccettabile quando si vuol fare un amplificatore, ma il problema viene superato con la **reazione negativa** al prezzo di una diminuzione del guadagno, che viene fatto grande proprio perché poi possa essere sacrificato per ottenere guadagni stabili, ma anche per ottenere una  $R_{uscita}$  molto minore di quella dell'operazionale e se serve una  $R_{ingresso}$  molto maggiore

## AO (in configurazione) invertente (12')

Con l'AO si possono fare tre tipi di amplificatori, due che non usano l'ingresso differenziale avendo un solo segnale d'ingresso  $V_s$  e quindi mettono a massa il secondo ingresso (l'AO **invertente** con  $V_s$  sul - e il + a massa e l'AO **non invertente** con  $V_s$  sul + e il - a massa) e uno (l'AO **differenziale**) con due ingressi  $V_{s1}$  e  $V_{s2}$

Fare i conti trascurando (= considerando 0)  $i_i$  e  $v_i$  (attenz: se l'uscita **non** è saturata!)

$i^- = i^+ = 0$  e  $v_i = 0$  per  $-V_{sat} < v_u < V_{sat}$

viene riassunto dicendo che si sta considerando esistente un **cortocircuito virtuale** tra i due ingressi dell'AO

Usando il cortocircuito virtuale dimostrare che:

$$v_u = -\frac{R_2}{R_1} v_s \quad A_v = \frac{v_u}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

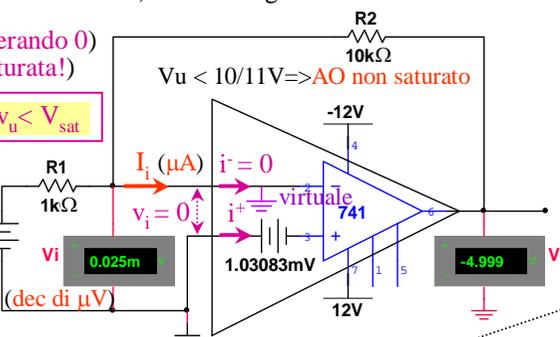
Usare il cortocircuito virtuale significa considerare  $v_i = 0$  (per cui il - è a massa come tensione) e  $i^- = 0$

$$i_{R1} = \frac{v_s - v_i}{R_1} = \frac{v_s}{R_1} = i_{R2}$$

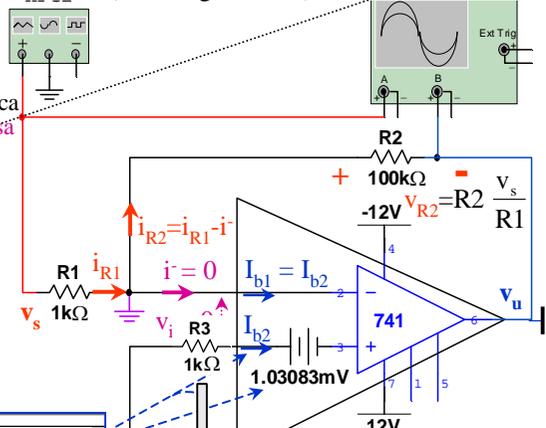
$$v_{R2} = R_2 i_{R2} = R_2 \frac{v_s}{R_1}$$

$$v_u = -v_{R2} = -R_2 \frac{v_s}{R_1}$$

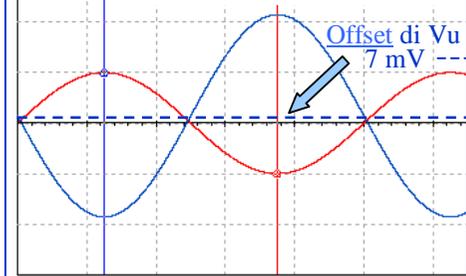
$$A_v = -\frac{R_2}{R_1} = -\frac{100k}{1k} = -100$$



### AO (in configurazione) invertente



L'offset di  $V_u$  ha due cause:



Time	Channel_A	Channel_B
T1	75.000 ms	-1000.000 uV
T2	25.000 ms	1.000 mV
T2-T1	-50.000 ms	2.000 mV

Time	Channel_A	Channel_B
T1	75.000 ms	-1000.000 uV
T2	25.000 ms	1.000 mV
T2-T1	-50.000 ms	2.000 mV

L'amplificazione di tensione è importante, ma è altrettanto importante la  $R_i$  e la  $R_u$ . Quale è la  $R_i$  e la  $R_u$  dell'AO invertente qui sotto?

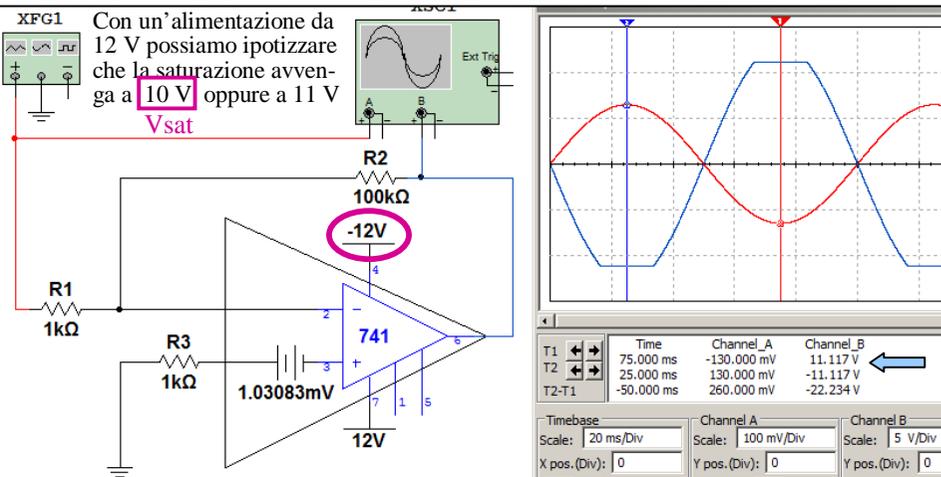
$$R_i = \frac{v_s}{i_s} = \frac{v_s}{\frac{v_s}{R_1}} = R_1 \quad R'_i = 0$$

Evidentemente il **tipo di reazione** in ingresso è quello che riduce la resistenza di ingresso di  $1+\beta A$ . Poiché sappiamo che il  $\mu A741$  guadagna 200 000 e **reazionandolo** lo abbiamo portato a guadagnare 10, allora  $1+\beta A = 20000$ . La  $R_i$  del  $\mu A741$  senza reazione vale **2 MΩ**, che diviso per 20 000 fa 100 Ω (un valore che si può trascurare rispetto a  $R_1=1k\Omega$ )

Evidentemente il **tipo di reazione** in uscita è quello che riduce la resistenza di uscita di  $1+\beta A$ . La  $R_i$  del  $\mu A741$  senza reazione vale **75 Ω**, che diviso per 20 000 fa 3,7 mΩ, un valore decisamente trascurabile che possiamo tranquillamente considerare 0

Scoperta l'amplificazione di tensione e le resistenze di ingresso e di uscita, quello che resta da fare è di capire i **limiti da non superare** sia sulla tensione che sulla corrente

Quanta corrente entra o esce dal piedino di uscita dell'operazionale a vuoto e a carico? **Quale valore non deve superare  $V_s$  per evitare che la tensione di uscita risulti tagliata come è successo nel caso sottostante mettendo una  $V_s$  di 130 mV?**



$$V_{u\text{MAX}} = V_{s\text{MAX}} \frac{R_2}{R_1} = 100 \cdot V_{s\text{MAX}} = V_{sat} \rightarrow V_{s\text{MAX}} = \frac{V_{sat}}{100} = \frac{10}{100} = 0,1V = 100mV$$

Di regola gli amplificatori operazionali sono in grado di dare o di assorbire **5-10 mA** in uscita (e se si cortocircuita l'uscita scatta una protezione che limita la corrente, di solito a **25 mA**, per evitare che si danneggi)

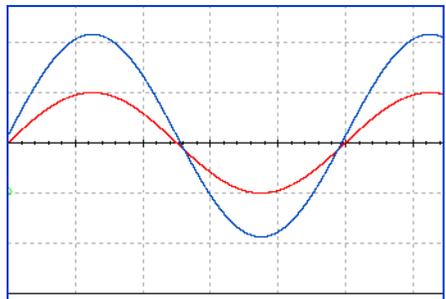


## AO non invertente e inseguitore di tensione (6')

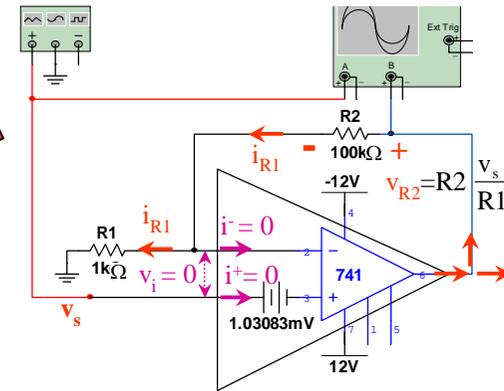
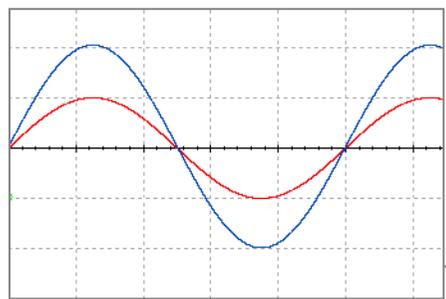
Quando si vuole una  $R_i$  molto elevata e/o non si vuole che  $V_u$  sia invertita rispetto a  $V_s$  si usa l'AO in configurazione **non invertente**.

Usando il corto circuito virtuale ( $V_i = 0$  e  $i^- = i^+ = 0$ ) dimostrare che:

$$v_u = \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)v_s \quad A_v = \frac{v_u}{v_s} = \frac{R_2}{R_1} + 1$$

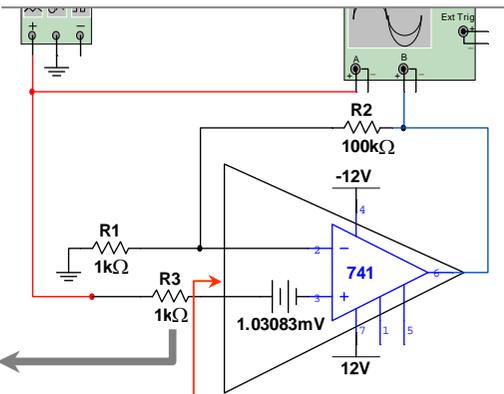


	Time	Channel_A	Channel_B
1	0.000 s	0.000 V	7.253 mV
2	0.000 s	0.000 V	7.253 mV
2-T1	0.000 s	0.000 V	0.000 V



$$i_{R1} = \frac{v_s - v_i}{R_1} = \frac{v_s}{R_1}$$

$$v_u = v_{R2} + v_i + v_s = R_2 \frac{v_s}{R_1} + 0 + v_s = v_s \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)$$



$$1 + \beta A = \frac{A_{vol}}{A_v} = \frac{200000}{100} = 2000$$

$$R_{ir} = R_i (1 + \beta A) = 2M * 2000 = 4 \text{ G}\Omega$$

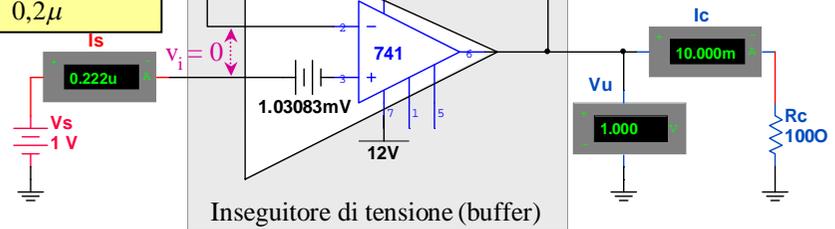
La differenza importante è che l'AO **invertente** ha una reazione in ingresso di tipo parallelo che **riduce** la  $R_i$  di  $1 + \beta A$  mentre l'AO **non invertente** ha una reazione in ingresso di tipo serie che **aumenta** la  $R_i$  di  $1 + \beta A$ .

Entrambi gli amplificatori hanno una reazione in uscita di tensione che **riduce** la resistenza di uscita  $R_u$  di  $1 + \beta A$ , che già era piccola ( $75 \Omega$ ) e con la reazione diventa  $R_u = 0$

(situazione desiderabile perché inserendo il carico la  $V_u$  non diminuisce per nulla rispetto al valore che aveva a vuoto)

Retroazione unitaria  
(retroazione massima con  $A_v$  minima e infatti  $A_v = 1$ )  
perché  $V_u = V^- = V^+ = V_s$

$$A_i = \frac{i_c}{i_s} = \frac{10\text{mA}}{0,2\mu\text{A}} = 50000$$



L'inseguitore di tensione è usato come buffer, ovvero come separatore tra il carico e  $V_s$ , tutte le volte (e capita molto spesso) che il generatore  $V_s$  non è in grado di dare la corrente che il carico vorrebbe assorbire.

Qui la corrente al carico la dà l'O e  $V_s$  si limita a "ordinare" l'erogazione di tale corrente. Come tensione sembra che il circuito dell'inseguitore si riduca ad un filo visto che  $V_u = V_s$  ma dentro non c'è affatto un filo visto che al carico viene fornita una corrente senza assorbire corrente da  $V_s$

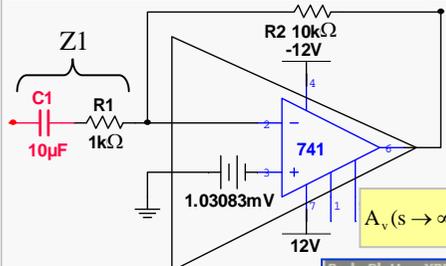


### AO con limiti di banda

(8')

Per amplificare il meno possibile segnali di disturbo è necessario che il guadagno  $A_v$  diminuisca sensibilmente (ad es. di 3 dB che corrisponde ad una riduzione di  $\sqrt{2}$  volte ovvero del 30%) sotto e sopra determinate frequenze dette **frequenze di taglio**.

1) Introduzione di una **frequenza di taglio inferiore** ( $f_{ti}$ )



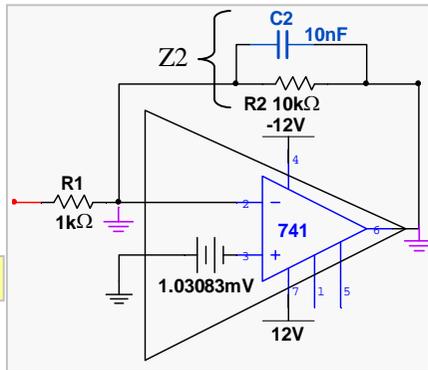
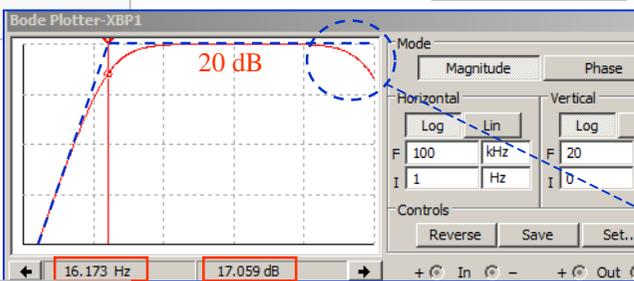
$$A_v(s) = \frac{-R2}{Z1(s)} = \frac{-R2}{R1 + \frac{1}{sC1}} = \frac{-R2}{sR1C1 + 1}$$

$$A_v(s) = \frac{-sR2C1}{sR1C1 + 1} = 0 \rightarrow s_0 = 0 \rightarrow \omega_0 = 0$$

$$A_v(s \rightarrow \infty) = \frac{-R2}{R1} \quad s_p = -\frac{1}{R1C1} \rightarrow \omega_p = |s_p| = \frac{1}{R1C1}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi R1C1} = 15.9Hz$$

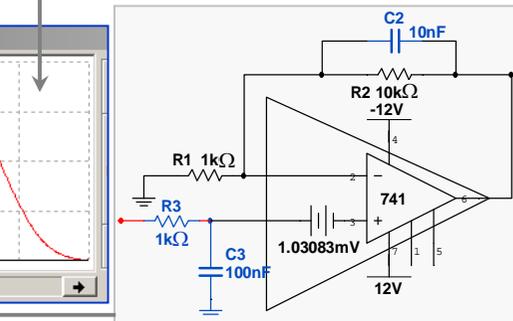
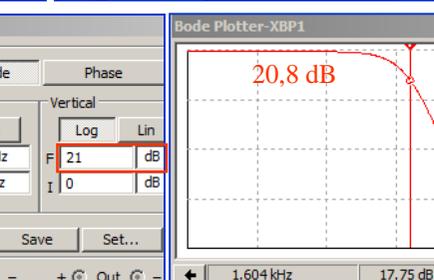
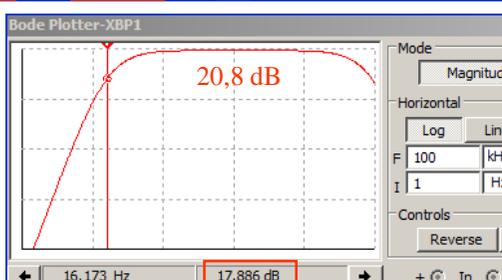
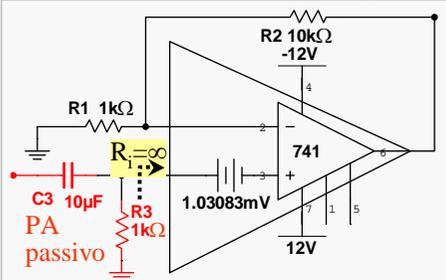
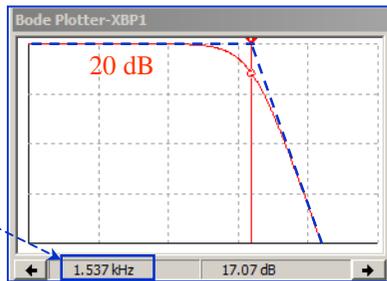
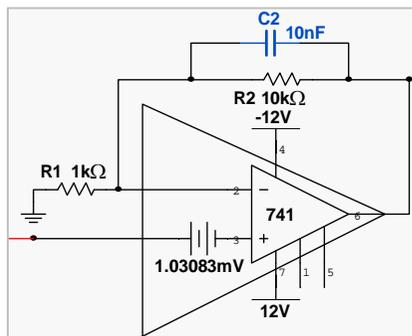
È un **passa alto (PA)** con  $f$  di taglio a 16 Hz (un **PA attivo** visto che **guadagna 10** nella banda che fa passare e **non 1** come sarebbe in un **PA passivo**)



$$A_v(s) = \frac{-Z2(s)}{R1} = \frac{-1}{R1} \frac{1}{\frac{1}{R2} + sC2} = \frac{-1}{R1 \left( \frac{1 + sR2C2}{R2} \right)}$$

$$A_v(s) = \frac{-R2}{R1(1 + sR2C2)} \quad A_v(s \rightarrow 0) = \frac{-R2}{R1}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi R2C2} = 1.59kHz$$



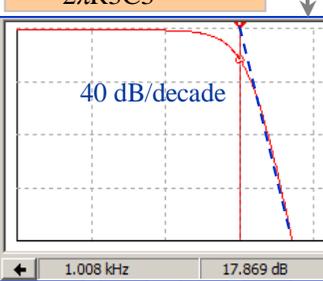
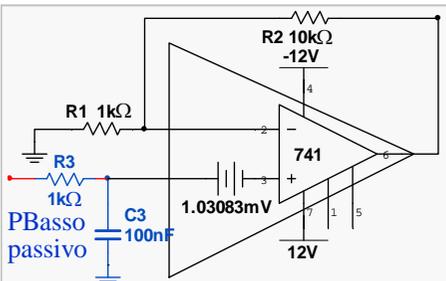
$$A_v(s) = \frac{R3}{R3 + \frac{1}{sC3}} \left( \frac{R2}{R1} + 1 \right) = \frac{R3}{sR3C3 + 1} \left( \frac{R2}{R1} + 1 \right) = \frac{sR3C3}{sR3C3 + 1} \left( \frac{R2}{R1} + 1 \right)$$

$$A_v(s \rightarrow \infty) = \frac{R2}{R1} + 1$$

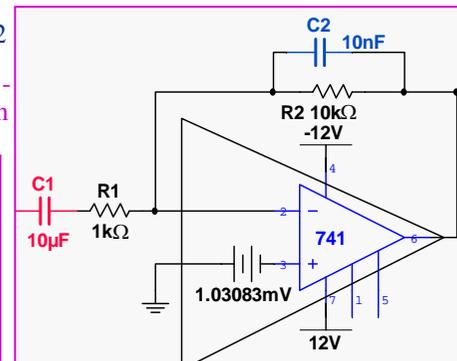
$$f_p = \frac{1}{2\pi R3C3} = 15.9Hz$$

Inserendo contemporaneamente il condensatore C2 e il filtro PA passivo R3-C3 regolato sulla stessa  $f_p$ , si ha un **PA attivo di ordine 2**

2) Introduzione di una **frequenza di taglio superiore** ( $f_{ts}$ )



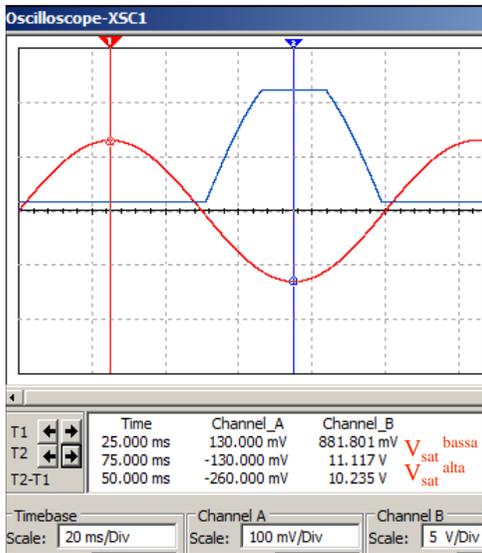
Usando insieme il **PA C1-R1** e il **PB C2-R2** si ha un **passa banda attivo**



# AO a singola alimentazione (7)

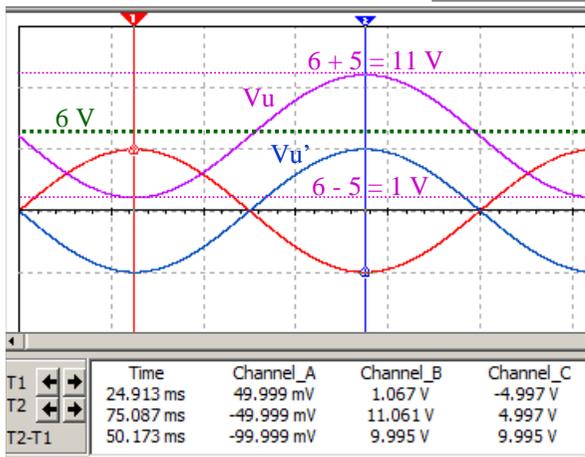
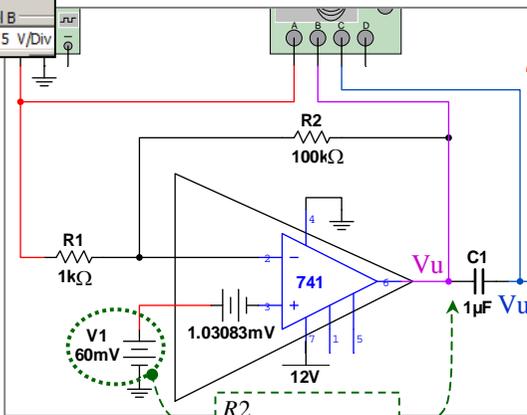
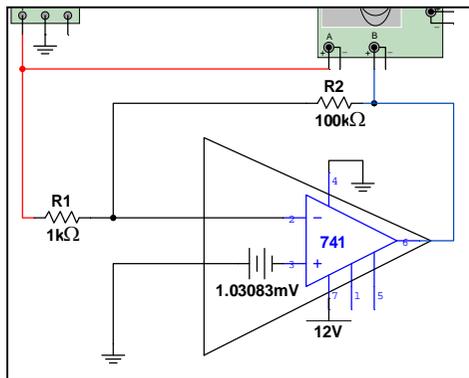
(7)

Se non alimento a  $\pm 12V$  ma a  $+12V$  e  $0V$  (connettendo a massa il piedino  $V^-$ ) l'uscita non potrà variare tra  $\pm 11V$  ma varierà tra  $+11V$  e  $+1V$

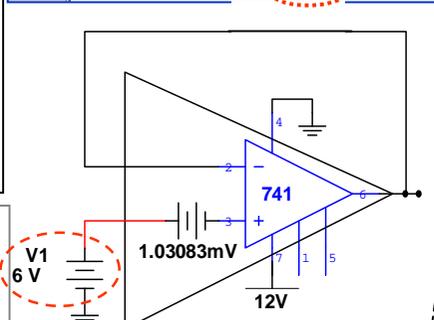
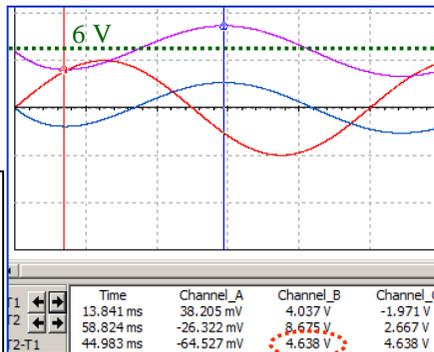
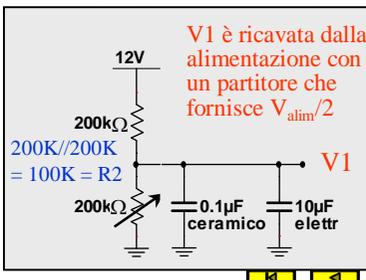


A farne le spese è la parte del segnale che dava una  $V_u$  negativa (impossibile da ottenere senza l'alimentaz. negativa).

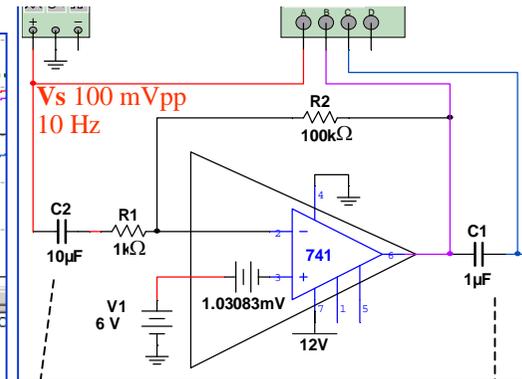
La soluzione è aggiungere una **continua di 6 V in uscita**, con la semionda negativa di  $V_s$  che fa salire  $V_u$  fino a  $11V$  e quella positiva che fa scendere  $V_u$  fino a  $1V$ , prelevando poi l'uscita  $V_u'$  attraverso un  $C1$  che toglie la continua.



Variando  $A_v$  bisogna variare la  $V1$  per avere sempre 6 V continui in uscita. Per rendere indipendente da  $A_v$  la  $V1$  necessaria per dare 6 V in uscita aggiungiamo un  $C2$  in ingr.



Circuito in continua (inseguitore)



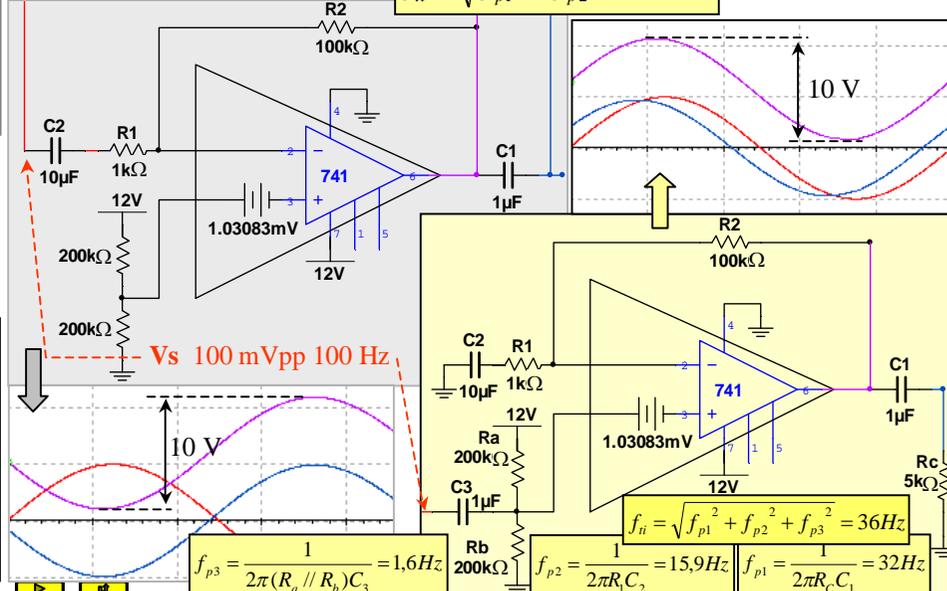
Circuito per le variazioni (AO inv.)

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_2} = \frac{1}{6.28 \cdot 10m} = 15,9Hz$$

$$f_{ii}^2 = f_{p1}^2 + f_{p2}^2$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi R_{carico} C1} = \frac{1}{\infty} = 0$$

$$f_{ii} = \sqrt{f_{p1}^2 + f_{p2}^2} = 15,9Hz$$





# La reazione

(16')

Nel linguaggio degli schemi a blocchi, quello che si scrive dentro ad un **blocco** è ciò per cui bisogna moltiplicare l'ingresso X per avere l'uscita (a regime) Y.

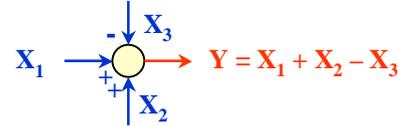
G(s) è la **funzione di trasferimento** e dipende da s (= σ+jω) con C => 1/sC e L => sL) e quindi dalla frequenza (ω=2πf)

$$X(s) \rightarrow G(s) \rightarrow Y(s) = G(s) X(s)$$
$$y(t) = L^{-1}[G(s) X(s)]$$

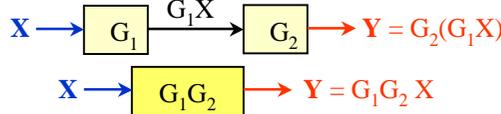
$$X(s) \rightarrow G(s) = K \rightarrow Y(s) = K X(s)$$
$$y(t) = K x(t)$$

Solo se il circuito è (o si può considerare) puramente resistivo la funzione di trasferimento è una cost K e y(t) = L^{-1}[K X(s)] = K L^{-1}[X(s)] = Kx(t)

Con un cerchio si rappresenta un **nodo sommatore**, che somma un ingresso o lo sottrae in base al segno scritto accanto alla freccia

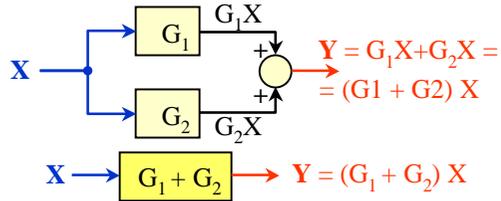


Se due blocchi sono **in serie** prima la X va moltiplicata per G1 e poi per G2, per cui equivalgono ad un blocco solo la cui G = G1G2



Se due blocchi sono **in parallelo** da quello sopra esce G1X e da quello sotto G2X, per cui l'uscita è G1X + G2X.

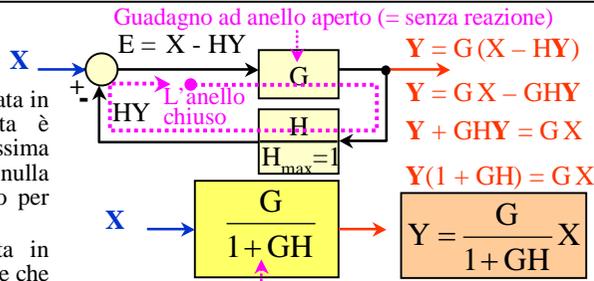
Mettendo in evidenza la X si vede che equivalgono ad un blocco solo la cui G = G1 + G2



Un **sistema ha una reazione (feedback)** se:

1) una parte dell'uscita Y è riportata in ingresso (se H=1 tutta l'uscita è riportata in ingresso e si ha la massima reazione, mentre se H=0 nulla dell'uscita è riportata in ingresso per cui non si ha nessuna reazione);

2) La parte dell'uscita riportata in ingresso (HY) influisce sul segnale che entra in G (che non è più X ma X-HY)

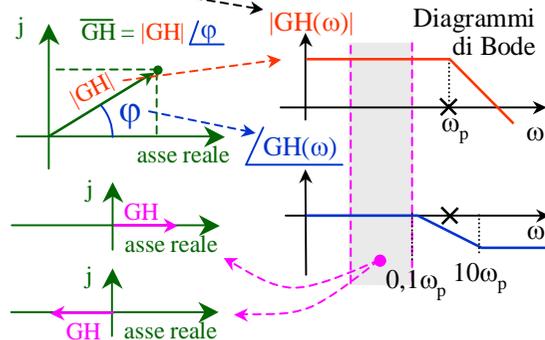


Guadagno ad anello chiuso (= con reazione)

Diag. di Bode di GH (stessa forma di quelli di G se H è resistivo)

**GH** si chiama **guadagno di anello** ed è un G(s)H(s) con segnali d'ingresso di forma qualsiasi e un G(jω)H(jω) con ingressi di forma sinusoidale, per cui è un **numero complesso** con un **modulo |GH|** e una **fase φ**, entrambi variabili al variare di ω (=> diagrammi di Bode)

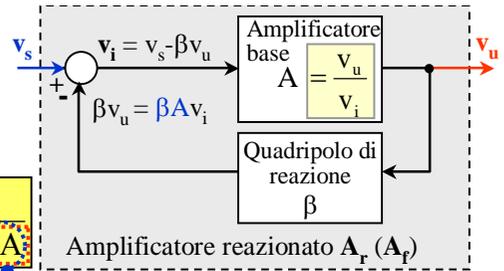
Solo in una zona di frequenze dove il comportamento è **resistivo** perché si possono trascurare i condensatori, **GH** diventa un **numero reale**, che può essere positivo (segnale che dopo un giro torna in fase) o negativo (segnale che dopo un giro torna sfasato di 180°)



Quando ad essere reazionato è un amplificatore (che sopporta di tensione ma che potrebbe essere di corrente o misto, cioè entra una i ed esce una v o viceversa) invece di G (guadagno) si parla di A (amplificazione) e invece di rete H si parla di rete β

$$\frac{v_u}{v_s} = A_r$$

L'amplificazione Ar dell'amplif. reazionato vale  $A_r = \frac{A}{1 + \beta A}$



d (fattore di desensibilizzazione) Guadagno d'anello

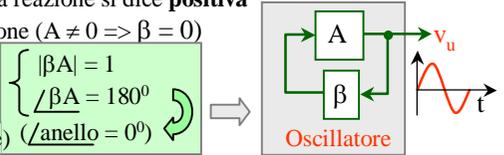
Se |1 + βA| > 1 allora Ar < A (⇔ vi < vs) e la reazione si dice **negativa (controreazione)**

Se |1 + βA| < 1 allora Ar > A (⇔ vi > vs) e la reazione si dice **positiva**

Se |1 + βA| = 1 allora Ar = A e non c'è reazione (A ≠ 0 => β = 0)

Se 1 + βA = 0 ovvero se βA = -1 ovvero se  $\begin{cases} |\beta A| = 1 \\ \angle \beta A = 180^\circ \end{cases}$  allora Ar = ∞ e può essere vu ≠ 0 con vs = 0

**Condizioni di Barkausen (a regime)** (∠anello = 0°)



**Esercizio.** Con Av = 100 e β = 0,09 vs = 10mV trovare βA, d, Ar e classificare la reazione. Con vs = 10 mV trovare vu e vi

βA = 0,09\*100 = 9      d = 1 + βA = 10

Ar = 100/d = 10      Reaz. **negativa** perché Ar = 10 < Av = 100

vu = Ar\*vs = 10\*10 = 100 mV      βvu = 100\*0,09 = 9 mV      vi = vs - βvu = 10 - 9 = 1 mV

**Effetti della reazione negativa** (quella positiva ha **effetti opposti**)

1) La **variazione relativa del guadagno** con reazione (ΔAr/Ar) è **1+βA volte inferiore** della variazione relativa del guadagno senza reazione  $\frac{dA_r}{A_r} = \frac{1}{d} \frac{dA}{A}$

Es.: Av = 1000 ± 100 e 1+βA = 100. **Trov. Ar, ΔAr/A e ΔAr/Ar**

Ar = 1000/100 = 10      ΔA/A = 100/1000 = 0,1 = 10%      ΔAr/Ar = 10%/100 = 0,1%

Con reaz. positiva ΔAr/Ar > ΔA/A

Se βA >> 1  $A_r = \frac{A}{1 + \beta A} \approx \frac{A}{\beta A} = \frac{1}{\beta}$  e **qualunque variazione di A non fa variare Ar se β non varia** (ad es. perché fatta con resistori di precisione a basso coefficiente di temperatura)

Es.: AOLmin = 50 000, AOLMAX = 300 000 e Ar = 100. **Cosa ci si può aspettare per ΔAr/Ar?**

Per avere Ar = 100 serve un β = 1/Ar = 0,01      Se Ar dipende solo da β allora ΔAr/Ar = 0/Ar = 0

Usando la formula ΔAr/Ar = (ΔA/A) / d avremmo invece: AOLmedia = 350 000 / 2 = 175 000

ΔAOL = 175 000 - 50 000 (= 300 000 - 175 000) = 125 000

=> ΔAOL/AOL = 125 000 / 175 000 = 71% => ΔAr/Ar = 71% / (1 + βA) = 71% / 1750 = 0,04%

2) La **distorsione** (forma di Vu ≠ forma di Vingresso) Dr introdotta da Ar è anche essa **1+βA = d volte inferiore** rispetto alla distorsione D introdotta da A non reazionato

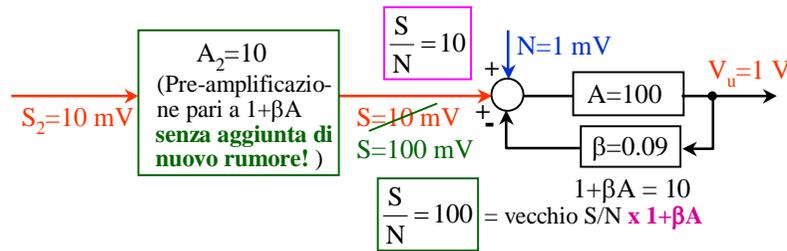
$D_r = \frac{D}{d}$



## Altri effetti della reazione

(6')

3) Il **rapporto segnale/rumore (S/N)** diventa **più grande** (quindi **migliore**) di  $1+\beta A$  in presenza di reazione negativa perché questa riduce il guadagno di  $1+\beta A$  costringendo ad aumentare il segnale di  $1+\beta A$  se si vuole avere la stessa uscita



Reazione **parallelo**  $R_{ir} = \frac{R_i}{d}$  Reazione **serie**  $R_{ir} = d \cdot R_i$

4) La reazione negativa può sia **diminuire** sia **aumentare** la **resistenza d'ingresso** di  $d = 1+\beta A$  e anche la **resistenza di uscita**

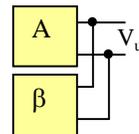
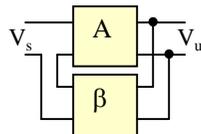
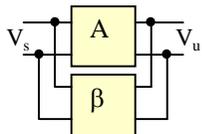
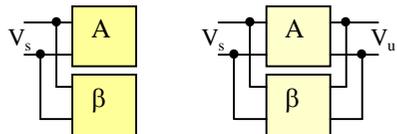
Reazione **di tensione**  $R_{ur} = \frac{R_u}{d}$  Reazione **di corrente**  $R_{ur} = d \cdot R_u$

e due tipi di reazione in ingresso

Ci sono due tipi di reazione in uscita:

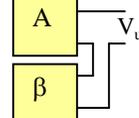
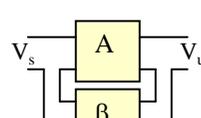
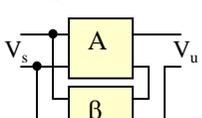
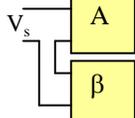
Reazione **parallelo**

Reazione **di tensione**



Reazione **parallelo di tensione**

Reazione **serie di tensione**



Reazione **serie**

Reazione **parallelo di corrente**

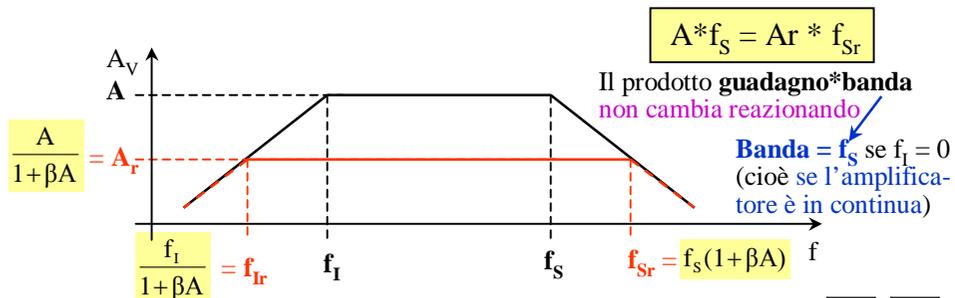
Reazione **serie di corrente**

Reazione **di corrente**

5) La reazione negativa riduce l'amplificazione ma **allarga la banda**.

In presenza di **un solo polo** alle basse frequenze (nel qual caso esso coincide con  $f_l$ )  $f_{lr} = f_l / d$

In presenza di **un solo polo** alle alte frequenze (nel qual caso esso coincide con  $f_s$ )  $f_{sr} = f_s d$



6) La reazione negativa ha molti pregi e un difetto solo, però grave: **può rendere instabile un amplificatore che prima di essere reazionato era stabile**.

Un amplificatore si dice **instabile** se il segnale fornito in uscita non va a zero (prima o poi, linearmente o oscillando intorno allo zero) quando mettiamo a zero il segnale d'ingresso.

Per ora vi basti sapere che questa instabilità (ovvero la generazione di un segnale in uscita senza un segnale d'ingresso) **non può succedere a causa della reazione**:

- 1) se la fase su un giro completo non è esattamente  $0$  (ovvero se la fase  $\beta A$  non è di  $180^\circ$  perché poi il sommatore ci aggiunge altri  $180^\circ$  portando la fase sul giro a zero).
- 2) se in presenza di una fase sul giro  $= 0$  non succede **anche** che il modulo di  $\beta A$  non sia maggiore di 1

In conclusione un amplificatore **non diventa instabile per colpa della reazione** se non si realizzano insieme queste due condizioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \angle \text{anello} = 0^\circ \text{ oppure } \angle \beta A = 180^\circ \\ |\beta A| > 1 \end{array} \right.$$

Condizioni di Barkausen per l'innescio